Matematika 9 - Speciális eloszlások vizsgálata

szolg. közl.:

holnap, szerdán 20-21:15 -ig konzultáció a kettes előadóban

vizsgára jelentkezzünk, de elég az is, ha csak úgy bejövünk a vizsgára...... azért legyünk benne az évfolyamnévsorban

tanszéki oldalon mintasor:

- analízis rész
  - integrál, kettős integrál, stb... csak a megjelent példatárból
- valszám: elméleti könyv megjelent... a példák olyamik lesznek, mint a mattanszék honlapján az elektronikus könyvtárban (olyan is van?)...
- lesznek olyan típusú példák, mint amilyenek az előadáson voltak
  - klasszikus képlet
  - eseményalgebra
  - mintavételi eljárások (egyszerre, egymásután, stb...)
  - Bernulli kísérlet
  - Bayes-tétel
  - valsz. változónak: egyfajta kísérlet, és meg kell mondni, milyen értéket vehet fel a valsz. változó.
- a mai előadás nem lesz, legalábbis az elnevezlst nem kérjük, de az elnevezéseket tudni kell

————————————

vannak elnevezett valsz. változók...

minden konkrét diszkrét és folytonos valsz. eloszlás vhány paramétertől függ... (mint a sorozatok... van két spéci... és mind számtaninak mind mértaninak van két paramétere)

indikátor változó:

legyen valami A esemény, valószínűsége p

vaész. változó: 1 ha A bekövetkezik, 0 ha A nem következik be...

1-et p valsz-gel, 0-t 1-p valsz.

binomoinális, hipergeom, geometriai, Poisson, folytonos, exponenciális eloszlás... **normális eloszlás**

Karakterisztikus:

Kar(p) 0<p<1

X $\in \{0;1\}$

A esemény p valsz... X értéke 0 ha nem, 1 ha bekövetrkezik...

Binomiális

Bin(n;p) $n \in \mathbb{N}; 0 < p < 1$

X érétke 0,1,2,... n

$p_k = P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$

$P(A) = p$

valsz változó értéke, hogy hányszor fordult elő az A esemény az n kísérletben... az, hogy k-szor fordul eló, fentebb van, hogy mekkora esélye van...

p_k számok valsz. eloszlás...

legalább az összegük legyen 1.... nem több nem kevesebb, pont egy! pünktlich!

pl.: egy kockát 100szor dobunk fel, hányszor dobtunk hatost...

n számú kísérlet, és megzsámoljuk, hányszor következett be

Geometriai

Geo(p) 0<p<1

X értéke 1,2,...k...

$p_k = P(X = k) = (1 - p)^{k-1} p$

ez végtelensor... összegképlete $\frac{a_1}{1-q}$

addig végzünk itt egy kísérletet, míg egy p valsz. A esemény be nem követekezik... akkor abbahagyjuk...

eredmény az, hogy hányszor próbálkoztunk

pl.: addig dobáljuk a kockát egymás után, míg 6-ost dobunk... menniy a valsz, hogy k-adikra dobtunk 6-ost?

Hipergeometriai

Hip(N,M,n)

X értékei: 0, 1, 2... n

$p_k = P(X = k) = \frac{(\text{Nalattk}) \, (N - M \, \text{alatt} \, n - k)}{(N \, \text{alatt} \, n)}$

kiveszünk egyszerre vagy visszatevés nélkül n számú elemet... Hány darab van az M-ből az n méretű mintában? N elemben van M darab kitüntetett...

ez a visszatevés nélküli...

Poisson-eloszlás

Pos(λ); $\lambda > 0$

X értékei 0, 1, 2, ... k, ...

megszámlálható ∞ sokat vesz fel

$p_k = P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} \mathrm{e}^{-\lambda}$

mazsoláskalácsban egy kilóban a mazsolák száma Poisson eloszlású...

$1 = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda^k}{k} \mathrm{e}^{-\lambda} = \mathrm{e}^{-\lambda} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda^k}{k!}$

$e^x = \sum\limits_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!}$

sin(x); cos(x) hatványsorát nézzük még meg...

Példák

P1

A 32 lapos magyar kártyából kiveszünk egymás után visszatevés nélkül 4 db lapot

A: a kivett 4 lap között pontosan 3 db zöld van

B: a kivett 4 lap között pontosan 3 db ász van

$P(A) = \frac{\binom{8}{3}\binom{24}{1}4!}{\binom{32}{4}4!}$

$P(B) = \frac{\binom{4}{3}\binom{28}{1}4!}{\binom{32}{4}4!}$ mint a másik csak 28 alatt van az 1

mi van alul? egyvalakit cska egyszer? igen $\Longrightarrow$ a kivettek különbözők... van sorrend? van

Hiergeometriai aloszlás volt, úgyám...

P2

ugyanaz, mint a P1... de visszatevéssel

$P(A) = \frac{\binom{4}{3}8^3 24^1}{32^4} = \binom{4}{3}\left(\frac{8}{32}\right)^3\left(\frac{24}{32}\right)^1$

a visszatevéses mintavétel mindig Bernoulli kísérletté fogalmazható át

$P(B) = \frac{\binom{4}{3}4^3 28^1}{32^4}$

van sorrend, mert egymás után vesszük ki.....

P3

a 32 lapos magar kártyából egymás után <u>visszatevéssel</u> addig húzunk, míg zöldet nem húzunk

A: 12-edikként húzunk zöldet

szó nincs a Bernoulliról... itt nem határozom el előre, hogy hányszor végzem el...

$P(A) = (1 - \frac{8}{32})^{11}\,(\frac{8}{32})^1$

6ossal lehet belépni... valsz hogy elsőre lépünk be... $\frac{1}{6}$... aztán mindig szorzunk $\frac{5}{6}$

Most vegyünk egy igazi rémeset: P4

a 32 lapos magyar kártyából egymás után visszatevés nélkül húzunk addig, amíg zöldet nem húzunk

A: másodikra kihúztunk egy zöldet

X= 1,2,... 25 (!)

$P(A)=\frac{24}{32}\cdot\frac{8}{31}$

$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}\Longrightarrow P(A\cap B)=P(A|B)\cdot P(B)$

B: 25szörre húztuk ki először a zöldet:

$P(B)=\frac{\binom{24}{24}24!}{\binom{32}{24}24!}\cdot\frac{8}{8}$

P5

32lapos magyar kártyából egyszerre kiveszünk 4 db lapot, megszámoljuk, hogy hány ász van benne, és visszatesszük a 4 db lapot...

Ezt az eljárást még 5-ször megismételjük...

? a valsz, hogy a 6 húzás közül legfeljebb 2-szer fordult elő az, hogy az egyszerre kivett 4 lap között legalább 3 ász van

“***Vigyázzunk, nem mindegy, hogy a férjem barátnője vagy a barátnőm férje***”

csak a képletet használjuk, kiszámolni utána már nem kell...