

Matematika 8

szolg. közl:

első negyedéves zárthelyi 6-án pénteken

neptunon jelentkezünk, mer az jó.

ma amit vetítenem kellene az nincs itt, de fönnyan a mattanszék honlapján

végtelen sorok határértéke/konvergens-e

határozatlan/-zott integrál; azon belül improprius intergrál

valsám; eseményalgebrai műveletek; klasszikus képlet ($\frac{\text{elemszám}(A)}{\text{elemszám}\Omega}$)

teljes vals tétele

Bayes tétel

mintavételi eljárások példákon

feltételes vals

bonyolult függvény fog minket kísérteni...:

Ω, \mathcal{A}, P

\mathcal{A} megfigylyhető események halmaza

P vals; $\mathcal{A} \rightarrow [0; 1]$

$D_p = \mathcal{A}$

$P = \frac{\text{mérték}\mathcal{A}}{\text{mérték}\Omega}$

$X: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$

$D_X = \Omega$

$R_X \subseteq \mathbb{R}$

X fv valószínűségi változó, ha:

minden x eleme \mathbb{R}

$\{\omega | \omega \in \Omega; X(\omega) < x\}$ eleme $\mathcal{A} \Rightarrow \subseteq \Omega$

értékészlet valószámokk részhalmaza

akkor vals. változó, ha minden x elem R esetén

K 1 egy érmát kétszer egymás után feldobunk

$\Omega = \{(F; F), (F; I), (I; F), (I; I)\}$

legyen X vals változó: $\Omega \rightarrow \mathbb{R}$

és $X((F, F)) = -\frac{1}{43}$

$X((F, I)) = \sqrt{2}$

$X((I, F)) = \sqrt{2}$

$$X((I, I)) = 3$$

$$R_X = (-\frac{1}{43}; \sqrt{2}; 3\}$$

pl.:

$$x = 5 \{ \omega | \omega \in \Omega; X(\omega) < 5 \} = \{(F, F); (F, I); (I, F); (I, I)\} \leftarrow \text{ez eleme } \mathcal{A}$$

$$x = 0 \{ \omega | \omega \in \Omega; X(\omega) < 0 \} = \{(F, F)\} \leftarrow \text{ez } \in \mathcal{A}$$

a valsz. v **á**ltalozók elemei meghat egy eseményt az \mathcal{A} – **ból**

$$Y: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$$

v sáltozó és Y értéke legyen a dobott fejek száma

$$Y((F, F)) = 2$$

$$Y((F, I)) = 1$$

$$Y((I, F)) = 1$$

$$Y((I, I)) = 0$$

$$R_Y = \{0; 1; 2\}$$

$$x = 1, 5 \Rightarrow \{ \omega | \omega \in \Omega; Y(\omega) < 1, 5 \} = \{(F, I); (I, F); (I, I)\} \in \mathcal{A} \Rightarrow$$

A: legfeljebb egy fejet dobtunk \equiv dobtunk írást...

$$P(A) = \text{mennyi annak valsz, hogy } Y(\omega) \leq 1$$

P: egy kockát 10szer egymás uztán feldobunk és az $X =$ a dobott hatosok száma (0..10)

P2: egy kockát kétszer egymás után feldobunk... $X =$ a dobott számok összege (2..12)

P3: addig dobálunk egy kockát, amíg hatost nem dobunk $X =$ az elvégzett dobásszám ($X \in \mathbb{Z}^+$)

P4: egység sugarú kör alakú céltáblára lövünk, $X =$ a találat helyének a kör középpontjától mért távolsága ($X \in [0; 1]$); feltéve hogy mindegyik dobás a körbe talál *tehát ez már rám nem igaz...*

$$\Omega, \mathcal{A}, P; X: \Omega \rightarrow \mathbb{R} \text{ valószínűségi változó } F: \mathbb{R} \rightarrow [0; 1]; D_F = \mathbb{R} \text{ és } F(x) = P\{ \omega | \omega \in \Omega; X(\omega) < x \}$$

mindkettő

F az X valószínűségi változó eloszlásfüggvénye

Diszkrét valószínűségi változó

diszkrét egy valsz. változó, ha véges sok, vagy legfeljebb megszámlálhatóan végetelen sok értéket vesz föl...

X értékei $x_1; x_2; \dots; x_n$

$$p_k = P(\{ \omega | \omega \in \Omega; X(\omega) = x \})$$

$$p_k = P(X = x_k)$$

F az X valószínűségi változó eloszlásfüggvénye

$$F(x) = P(X < x)$$

$$p_k \geq 0 \text{ minden } k - \text{ra}$$

$$\sum_k p_k = 1$$

$$F(x) = \sum_k p_k; x_k < x$$

Folytonos valsz. változó

egy valsz

minden $x \in \mathbb{R}$ gelyen $F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt$

f az X sűrűségfüggvénye

$f(x) \geq 0$ minden $x \in D_f$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt$$

$$f(x) = F'(x)$$

Mindkettő:

eloszlásfv tulajdonságai

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = 1$ és $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0$

2. monoton növekvő

3. balról folytonos

PÉLDA1

egy kockát kétszer egymás után feldobunk

$X: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ és X értéke legyen a dobott 6-osok száma

X értékei: 0, 1, 2

$P(X=0)$ mennyi annak a valsz, hogy $X=0$, vagyis hogy nem dobtunk 6-ost

$$P(X=0) = \frac{25}{36}$$

$$P(X=1) = \frac{10}{36}$$

$$P(X=2) = \frac{1}{36}$$

0: $\frac{25}{36}$

1: $\frac{10}{36}$

2: $\frac{1}{36}$

összegük 1

$$F(x) = P(X < x)$$

$$F(-1) = P(X < -1) = \begin{cases} 0 & \text{ha } x \leq 0 \\ \frac{25}{36} & \text{ha } 0 < x < 1 \\ \frac{35}{36} & \text{ha } 1 < x \leq 2 \\ 1 & \text{ha } 2 < x \end{cases}$$

$$F(1, 1) = P(X < 1, 1)$$

nem tudom, miért csak kéthetente van szemináriumuk... Ezt mondhatják bárhol...

nem hiszem, hogy valaki az íróasztalomra pályázna... pillanatok alatt ki tudok rámolni belőle

Példa2

$$F(x) = \{0 \text{ ha } x \leq -3; \frac{1}{12} \text{ ha } -3 < x \leq 2; \frac{3}{12} \text{ ha } 2 < x \leq 5; 1 \text{ ha } 5 < x\}$$

$$F(-4) = P(X < -4) = 0$$

$$F(-3) = P(X < -3) = 0$$

$$F(-2, 9) = P(X < -2, 9) = \frac{1}{12}$$

$$F(-3 + \frac{\varepsilon}{\varepsilon \rightarrow 0_+}) = \frac{1}{12}$$

$$X \in \left\{ -3; \frac{2}{\frac{1}{12}}; \frac{5}{\frac{1}{12}} \right\}$$

szolgálati közlemény: ha ráérünk pénteken reggel 8-tól 326-osban matek gyakorlat